

## К ВОПРОСУ ТЕОРИИ РЕМЕННОЙ ПЕРЕДАЧИ

Д. Г. СТАНЬКО

Основными предпосылками предлагаемой теории являются положения, изложенные в работе Станько Д. Г. „О структуре и коэффициенте трения ременной передачи“.

Из этих положений можно отметить следующие:

1. Ременная передача рассматривается, как замкнутый контур с распределением натяжений согласно закону Эйлера.

2. В структурном отношении ременная передача имеет на шкивах „угол запаса“ и „рабочий угол“.

3. Коэффициент трения  $\mu$  является величиной, которая определяется при пограничных условиях равновесия, близких с буксованием замкнутого контура ремня по шкиву.

4. Анализ взаимодействия усилий в замкнутом контуре ремня проводится для четырех стадий работы передачи.

В первой стадии при неподвижном контуре ремня создается предварительное натяжение.

Вторая стадия соответствует холостому ходу ременной передачи, при этом теоретически передаваемое окружное усилие равно нулю и упругое скольжение отсутствует.

В третьей рабочей стадии передаваемое окружное усилие колеблется в пределах от нуля до некоторого максимального значения и упругое скольжение имеется только на рабочих углах. В этой стадии происходит нормальная работа передачи.

Четвертая стадия соответствует пограничным условиям работы, когда ремень начинает пробуксовывать по шкиву, упругое скольжение на полном угле обхвата (малого) шкива и окружное усилие достигают максимального значения.

Сделав предварительные замечания, перейдем к изложению теории.

Положим, что имеем ремень длиной  $l$  (фиг. 1) и с постоянной действующей нагрузкой по длине  $S$ . Тогда для ремня с деформацией, следующей по закону Гука, приращение длины  $l$  будет равно

$$\Delta l_0' = lSa, \quad (1)$$

где  $a$  — приращение единицы длины ремня, отнесенной к единице силы.

Определим приращение длины ремня при распределении нагрузки по закону Эйлера.

Приращение какого-либо элемента на угле обхвата, под действием силы  $S'$  (фиг. 2), может быть выражено так

$$d(\Delta l_0'') = aS'Rdz.$$

Подставляя значение  $S'$ , равное

$$S' = S_0 e^{-\mu \alpha},$$

имеем

$$d(\Delta l_0'') = aS_0 e^{-\mu \alpha} R dz$$

Отсюда полная длина приращения под действием нагрузки, распределенной согласно закону Эйлера, найдется после решения интеграла.

$$\Delta l''_0 = \int_0^{\beta} a S_n R e^{-\mu x} dx$$

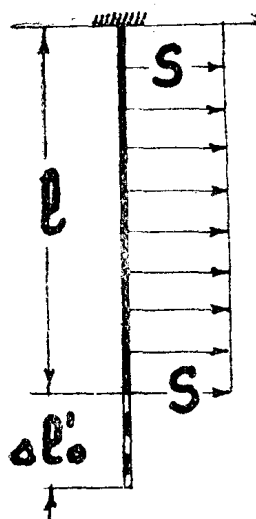
Разрешая этот интеграл, получим

$$\Delta l''_0 = \frac{RaS_n}{\mu} (1 - e^{-\mu\beta}) \quad (2)$$

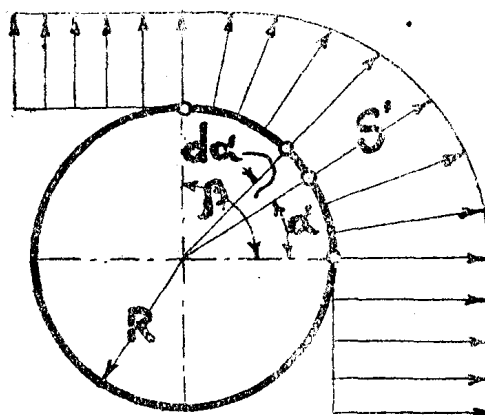
Уравнения (1) и (2) являются исходными для случая, когда деформации ремня следуют закону Гука, т. е.

$$a = \text{const.}$$

При  $a \neq \text{const}$  в уравнения (1) и (2) войдет новая функция  $a = f(S)$ .



Фиг. 1



Фиг. 2

Если функция  $a = f(S)$  в аналитическом виде не дана или имеется в громоздком виде, то тогда значение  $a$  в уравнении (1) может быть взято из диаграммы напряжений при соответствующем усилии  $S$ .

Уравнение (2) проще разрешить графоаналитически. Для этого длину ремня, нагруженную по закону Эйлера, разбиваем на равные участки пропорционально углам (фиг. 3) и для каждого участка находим величину деформаций. Тогда суммарная длина деформаций будет равна

$$\Delta l''_0 = \Delta l_3 S_n (a_1 e^{-\mu\alpha_1} + a_2 e^{-\mu\alpha_2} + \dots + a_n e^{-\mu\alpha_n}), \quad (3)$$

или

$$\Delta l''_0 = \Delta l_3 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n), \quad (4)$$

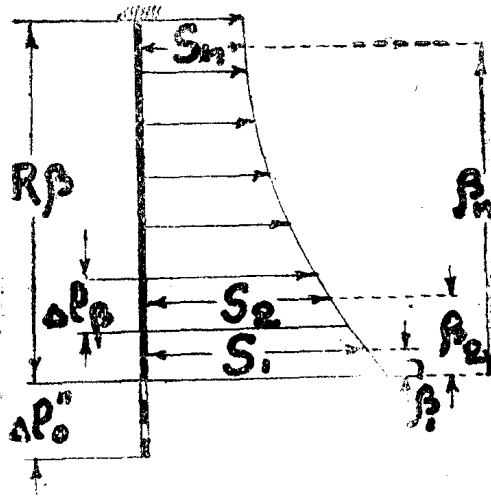
где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$  — относительные удлинения при соответствующих силах  $S_1, S_2, \dots, S_n$  (фиг. 4), изменяющихся по закону Эйлера.

Теоретически характерной особенностью трения гибкой связи является то, что распределение натяжения на угле обхвата происходит по закону Эйлера и не зависит от того, какими упругими свойствами обладает гибкая связь.

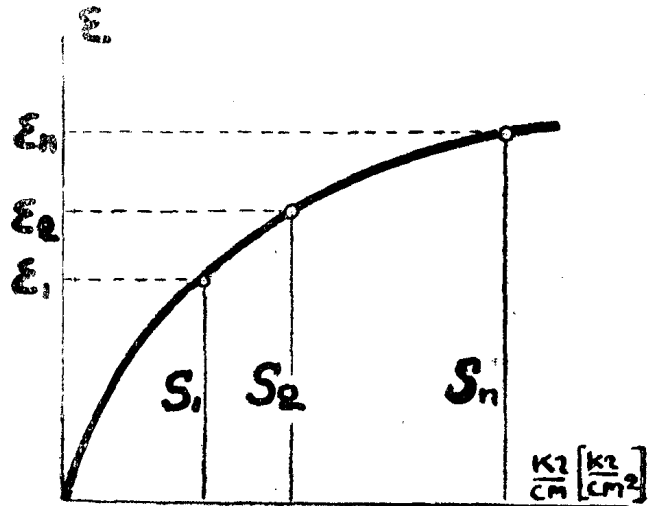
В работе ременной передачи упругие свойства ремня, независимо от определяющего их закона, являются важным фактором, дающим возможность осуществить кинематику передачи.

При наличии более сложной функциональной зависимости коэффициента трения  $\mu$  задача определения деформаций может быть разрешена аналогичным способом, что и при  $a \neq \text{const}$ .

Введем новое понятие „свободный контур ремня“, обозначающее полную длину ремня, не имеющего каких-либо деформаций.



Фиг. 3



Фиг. 4

При передаточном числе  $i = 1$  длина свободного контура равна (фиг. 5)

$$L = 2(l_0 + \pi R), \quad (5)$$

где  $l_0$  — расстояние между центрами шкивов „свободного контура ремня“.

В первой стадии работы передачи под действием предварительного натяжения  $2S_0$ , центр  $O$  перейдет в новое положение —  $O_2$ . Это перемещение  $\Delta l_0$  связано с деформацией на свободных ветвях и с упругим скольжением на углах обхвата. Воспользовавшись уравнениями (1) и (2), найдем, что

$$\Delta l_0 = l_0 a S_0 + \frac{2aRS_0}{\mu} \left( 1 - e^{-\mu \frac{\alpha}{2}} \right). \quad (6)$$

Во втором члене правой части уравнения (6) поставлен угол  $\frac{\alpha}{2}$ , потому что деформация происходит симметрично на половине угла обхвата согласно с законом Эйлера, причем

$$S_0 = S_k e^{\mu \frac{\alpha}{2}}$$

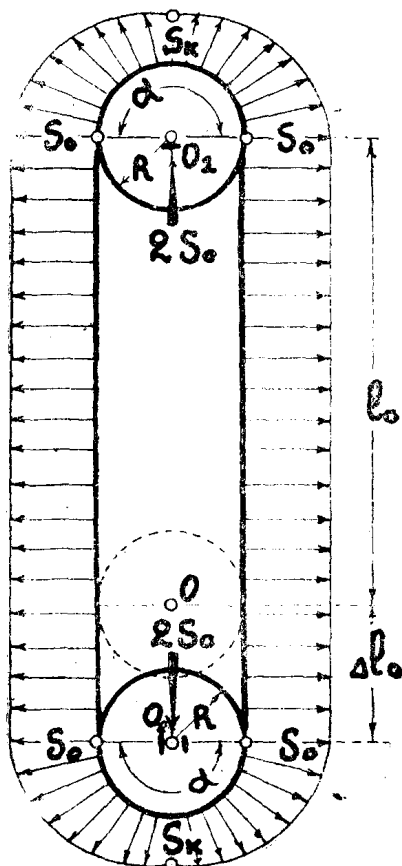
Длина контура  $L_0$ , после приложения предварительного натяжения  $2S_0$ , получится равной

$$L_0 = 2l(1 + aS_0) + 4 \left[ \frac{aRS_0}{\mu} \left( 1 - e^{-\mu \frac{\alpha}{2}} \right) \right] + 2\alpha R \quad (7)$$

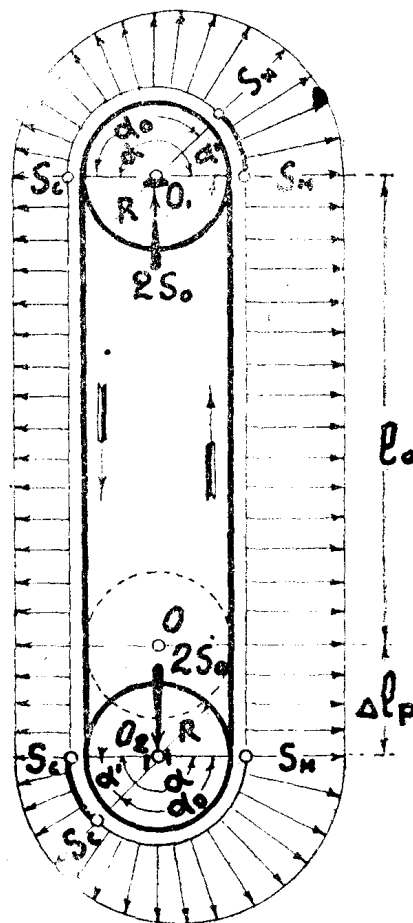
Как более общий случай, вначале проанализируем третью стадию работы ременной передачи. Выражение для смещения центра (фиг. 6) в третьей рабочей стадии может быть представлено так

$$\Delta l_p = \frac{\Delta l_n + \Delta l_c}{2} + \frac{\Delta l_{na'} + \Delta l_{ca'}}{2} + \frac{\Delta l_{on} + \Delta l_{oc}}{2} \quad (7')$$

где  $\Delta l_n$  и  $\Delta l_{nz'}$  — деформации на рабочем угле и угле запаса ведущего шкива;  
 $\Delta l_c$  и  $\Delta l_{cz'}$  — деформации на рабочем угле и угле запаса ведомого шкива;  
 $\Delta l_{on}$  и  $\Delta l_{oc}$  — деформации набегающей и сбегающей ветви.



Фиг. 5



Фиг. 6

Используя уравнения (1) и (2), получим

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_n &= \Delta l_c = \frac{RaS_n}{\mu} \left( 1 - e^{-\mu\alpha_0} \right) \\ \Delta l_{nz'} &= Ra\alpha' S_n \\ \Delta l_{cz'} &= Ra\alpha' S_c \\ \Delta l_{on} &= l_0 a S_n \\ \Delta l_{oc} &= l_0 a S_c \end{aligned} \right\} \quad (7'')$$

Выразим  $S_n$  и  $S_c$  через  $S_0$ . По закону Эйлера имеем

$$S_n = S_c e^{\mu\alpha_0} \quad (8)$$

$$S_n - S_c = P, \quad (9)$$

где  $P$  — окружное усилие, передаваемое с ведущего на ведомый шкив.

Поскольку один из центров подвижный, сохраняется условие:

$$S_n + S_c = 2S_0 \quad (10)$$

Разрешая систему уравнений (8), (9) и (10), найдем

$$S_n = 2S_0 \left( \frac{1}{1 + e^{-\mu\alpha_0}} \right) \quad (11)$$

$$S_c = 2S_0 \left( \frac{1}{1 + e^{\mu\alpha_0}} \right) \quad (12)$$

$$P = 2S_0 \left( \frac{e^{\mu\alpha_0} - 1}{e^{\mu\alpha_0} + 1} \right). \quad (13)$$

Проведя замену  $S_n$  и  $S_c$  через  $S_0$  в уравнения (7'') и подставив значение деформаций в уравнения (7'), после сокращения и преобразования получим

$$\Delta l_p = a l_0 S_0 + a \alpha' R S_0 + \frac{2RS_0 a}{\mu} \left( \frac{e^{\mu\alpha_0} - 1}{e^{\mu\alpha_0} + 1} \right) \quad (14)$$

Длина контура ремня в третьей рабочей стадии может быть выражена как сумма величин из свободного контура и деформаций отдельных участков, т. е.

$$L_p = L + \Delta l_n + \Delta l_c + \Delta l_{na} + \Delta l_{ca'} + \Delta l_{on} + \Delta l_{oc},$$

или после подстановки и преобразования имеем

$$L_p = 2l_0(1 + aS_0) + \frac{4aRS_0}{\mu} \left( \frac{e^{\mu\alpha_0} - 1}{e^{\mu\alpha_0} + 1} \right) + 2a\alpha' R S_0 + 2\alpha R \quad (15)$$

Разрешив общий случай, нетрудно найти длину контура и смещение центра в остальных стадиях работы передачи.

Во второй стадии, соответствующей холостому ходу (фиг. 7), имеем распределение усилий по контуру  $S_0 = \text{const}$ , передаваемое окружное усилие  $P = 0$ , рабочий угол  $\alpha_0 = 0$  и угол запаса  $\alpha' = \alpha$ .

Подставляя значения  $\alpha_0$  и  $\alpha'$  в уравнения (14) и (15), найдем

$$\Delta l_x = aS_0(l + \alpha R) \quad (16)$$

$$L_x = 2l_0(1 + aS_0) + 2\alpha R(aS_0 + 1), \quad (17)$$

где  $\Delta l_x$  — смещение центра при холостом ходе,

$L_x$  — длина контура ремня холостого хода.

Работа в четвертой стадии происходит при пограничных условиях равновесия, близких с буксованием ремня по шкиву.

В четвертой стадии (фиг. 8) усилия по контуру распределяются согласно закону Эйлера, окружное усилие, равное

$$S_k' - S_c' = P_{max},$$

достигает максимального значения (в левых частях уравнений (11), (12) и (13), для четвертой стадии должно быть соответственно поставлено  $S_n', S_c'$  и  $P_{max}$ ) при угле запаса  $\alpha' = 0$  и рабочем угле  $\alpha_0 = \alpha$ .

Подставив значения  $\alpha_0$  и  $\alpha'$  в уравнения (14) и (15), получим

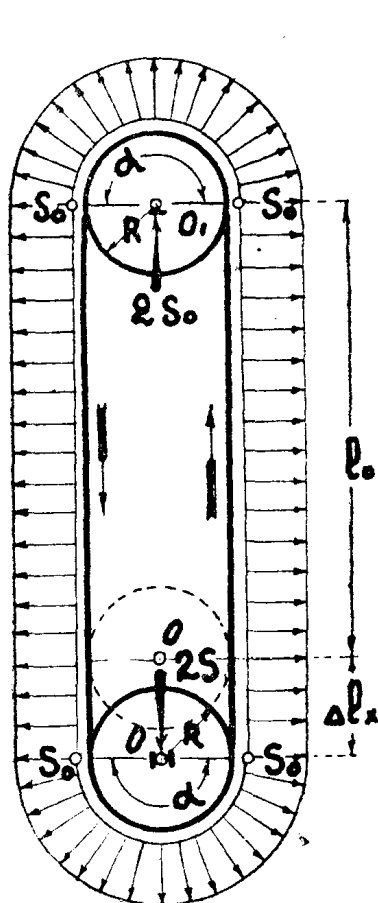
$$\Delta l_n = a l_0 S_0 + \frac{2aRS_0}{\mu} \left( \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha} + 1} \right), \quad (18)$$

$$L_n = 2l_0(1 + aS_0) + \frac{4aRS_0}{\mu} \left( \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha} + 1} \right), \quad (19)$$

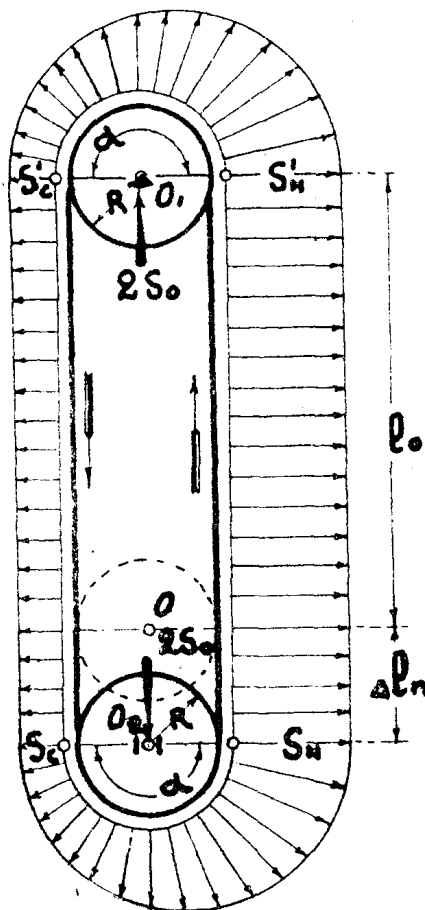
где  $\Delta l_n$  — смещение центра в четвертой стадии,

$L_n$  — длина контура ремня четвертой стадии.

Проведенный анализ дает возможность найти положение подвижного центра и размеры контура во всех стадиях работы ременной передачи, при передаточном числе  $i=1$ . При передаточном числе, не равном единице, все выводы несколько усложнятся ввиду того, что перемещение центра шкива связано с проекцией деформации ремня. Углы запаса на ведущем и ведомом шкиве различны по величине.



Фиг. 7



Фиг. 8

Сделаем следующие допущения: считаем, что углы обхвата  $\alpha_1$  и  $\alpha$  в пределах перемещения центра  $O$  не изменяются по своей величине и что угол  $\gamma$  также постоянен для различных положений ветвей (фиг. 9). Эти допущения не вызовут ощутимых ошибок, так как изменение углов незначительно.

Приняв за передаточное число  $i$  отношение большего диаметра шкива к меньшему, выразим длину свободного контура  $L_i$  при передаточном числе  $i \neq 1$ , будем иметь

$$L_i = R(i\alpha_1 + \alpha) + 2l \cos \gamma.$$

Прикладывая к центру шкива некоторую геометрическую составляющую

$$2\bar{S}_i = \bar{S}_0 + \bar{S}_0,$$

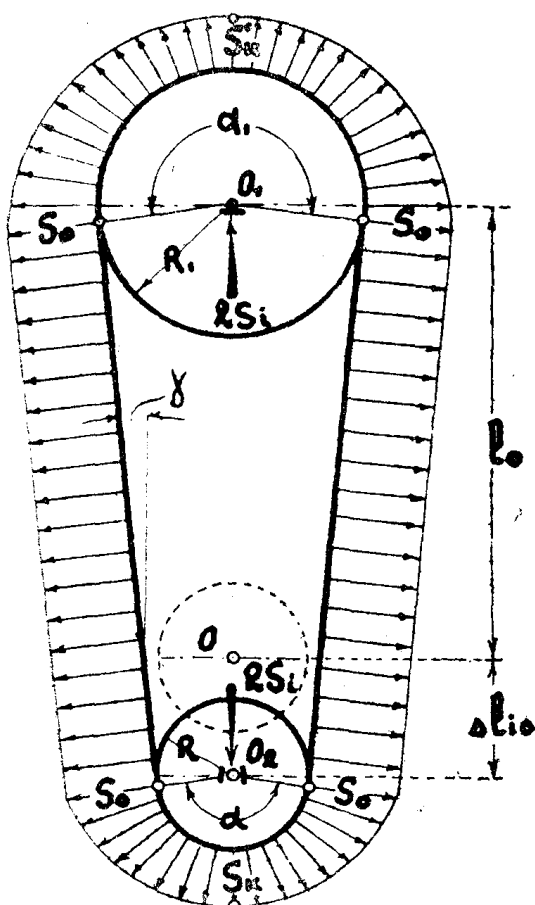
получим смещение центра  $O$  при предварительном натяжении в свободных ветвях равным  $S_0$  (первая стадия). Смещение центра в первой стадии будет равно

$$\Delta l_{oi} = (\Delta l_0 + \Delta l_{\alpha_1} + \Delta l_{\alpha}) \frac{1}{\cos \gamma}, \quad (20')$$

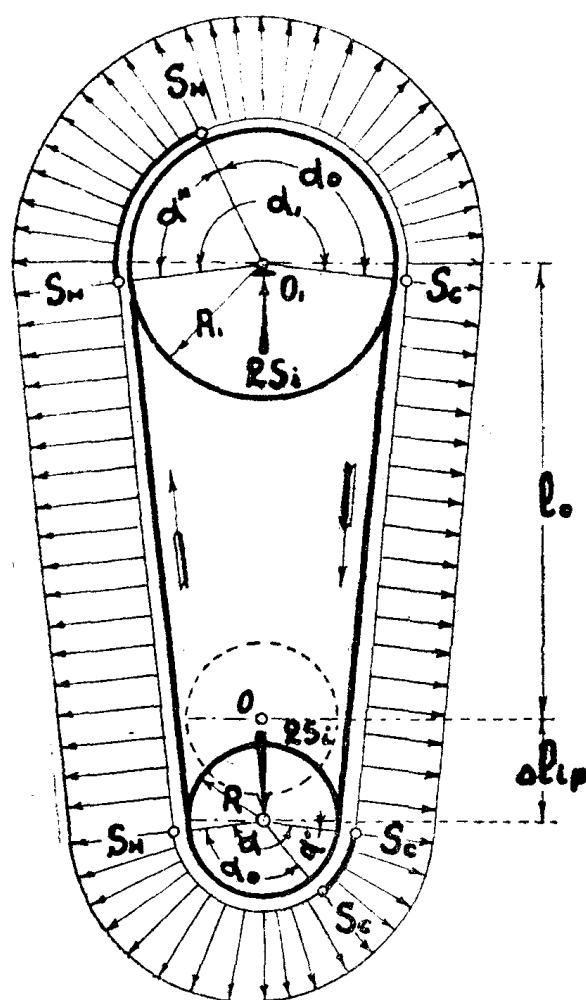
Причем

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_0 &= S_0 a l_0 \cos \gamma \\ \Delta l_{\alpha_1} &= \frac{iaRS_0}{\mu} \left( 1 - e^{-\mu \frac{\alpha_1}{2}} \right) \\ \Delta l_{\alpha} &= \frac{aRS_0}{\mu} \left( 1 - e^{-\mu \frac{\alpha_1}{2}} \right) \\ S_0 &= \frac{S_i}{\cos \gamma}, \end{aligned} \right\} \quad (20'')$$

где  $\Delta l_0$  — деформация свободной ветви,  
 $\Delta l_{x_1}$  и  $\Delta l_{x_2}$  — деформации на половинах углов обхвата ведущего и  
 ведомого шкива.



Фиг. 9



Фиг. 10

Подставив значение деформаций в уравнение (20') и заменив  $S_0$  через  $S_i$ , найдем

$$\Delta l_{oi} = S_{ial} + \frac{iaRS_i}{\cos^2 \gamma \mu} \left( 1 - e^{-\frac{\mu \alpha_i}{2}} \right) + \frac{aRS_i}{\cos^2 \mu \gamma} \left( 1 - e^{-\frac{\mu \alpha}{2}} \right). \quad (20)$$

Длина контура ремня в первой стадии является суммой из  $L_i$  и деформаций отдельных участков, т. е.

$$L_{oi} = L_i + 2\Delta l_0 + 2\Delta l_{\alpha_1} + 2\Delta l_{\alpha_2},$$

или после подстановки известных и преобразования получим

$$L_{oi} = \cos \gamma 2l_0 \left( 1 + \frac{aS_i}{\cos \gamma} \right) + R(ix_1 + x) + \frac{2aR_i S_i}{\mu \cos \gamma} \left( 1 - e^{-\frac{\mu x_1}{2}} \right) + \frac{2aRS_i}{\mu \cos \gamma} \left( 1 - e^{-\frac{\mu x}{2}} \right). \quad (21)$$

Попрежнему, как и при передаточном числе  $i = 1$ , вначале разрешим общий случай — третью рабочую стадию.

Обозначим величины деформаций:

$\Delta l_n, \Delta l_c$  — на свободных ветвях,

$\Delta l'_{\alpha_0}, \Delta l''_{\alpha_0}$  — на рабочих углах,

$\Delta l_{\alpha'}, \Delta l_{\alpha''}$  — на углах запаса.

При принятых обозначениях смещение центра 0 в третьей рабочей стадии (фиг. 10) равно

$$\Delta l_{ip} = \frac{1}{\cos \gamma} \left( \frac{\Delta l_n + \Delta l_c}{2} + \frac{\Delta l_{\alpha_0} + \Delta l''_{\alpha_0}}{2} + \frac{\Delta l_{\alpha'} + \Delta l_{\alpha''}}{2} \right),$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_n &= S_n a l_0 \cos \gamma \\ \Delta l_c &= S_c a l_0 \cos \gamma \\ \Delta l'_{\alpha} &= \frac{iaRS_n}{\mu} \left( 1 - e^{-\frac{\mu x_0}{2}} \right) \\ \Delta l''_{\alpha_0} &= \frac{aRS_n}{\mu} \left( 1 - e^{-\frac{\mu x_0}{2}} \right) \\ \Delta l_{\alpha'} &= aR\alpha' S_c \\ \Delta l_{\alpha''} &= R i \alpha'' S_n \end{aligned} \right\} \quad (21')$$

Выразим  $S_n, S_c$  и  $P$ , при передаточном числе  $i \neq 1$ , через  $S_i$ . Тогда имеем

$$S_n = \frac{2S_i}{\cos \gamma} \left( \frac{1}{1 + e^{-\frac{\mu x_0}{2}}} \right), \quad (22)$$

$$S_c = \frac{2S_i}{\cos \gamma} \left( \frac{1}{1 + e^{\frac{\mu x_0}{2}}} \right), \quad (23)$$

$$P = \frac{2S_i}{\cos \gamma} \left( \frac{e^{\frac{\mu x_0}{2}} - 1}{e^{\frac{\mu x_0}{2}} + 1} \right). \quad (24)$$

Подставим значение деформаций из уравнения (21) в уравнение (21'), заменив  $S_c$  через  $S_n$  и выразив  $S_n$  через  $S_i$ , после преобразования и сокращения получим

$$\Delta l_{ip} = a l_0 S_i + (i+1) \frac{RaS_i}{\cos^2 \gamma \mu} \left( \frac{e^{\frac{\mu x_0}{2}} - 1}{e^{\frac{\mu x_0}{2}} + 2} \right) + \frac{RaS_i(ix'' + x'e^{-\frac{\mu x_0}{2}})}{\cos^2 \gamma (1 + e^{-\frac{\mu x_0}{2}})}. \quad (25)$$

Длина контура ремня в третьей стадии найдется как сумма из  $L_i$  и деформации отдельных участков. Она будет равна

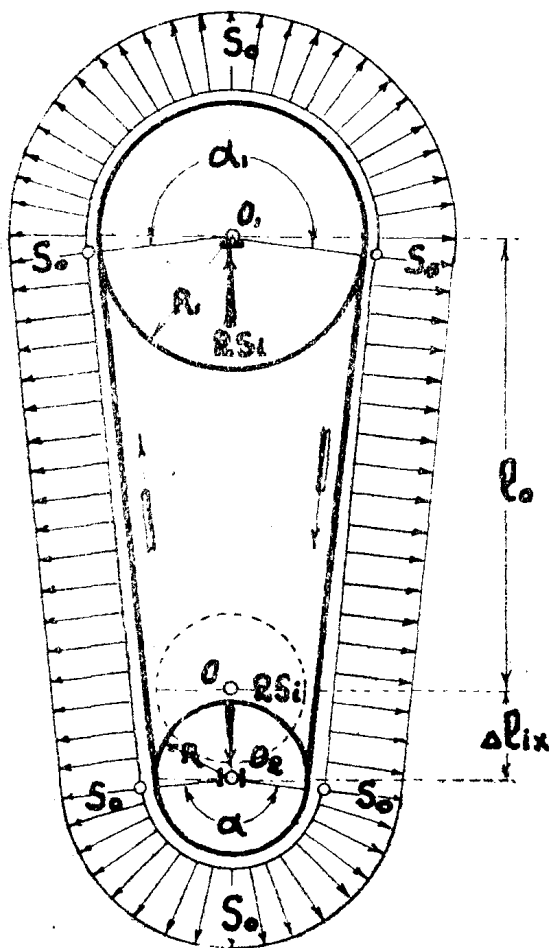
$$L_{ip} = L_i + \Delta l_n + \Delta l_c + \Delta l'_{\alpha_0} + \Delta l''_{\alpha_0} + \Delta l_{\alpha'} + \Delta l_{\alpha''}.$$



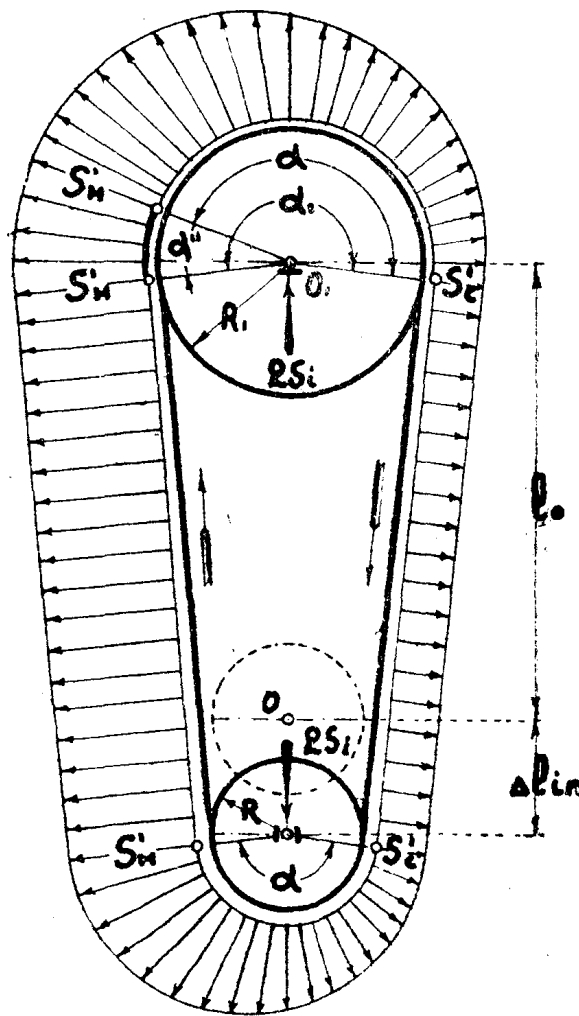
Или после подстановки известных и преобразования найдем

$$L_{ip} = \cos \gamma \, 2l_0 \left( 1 + \frac{aS_i}{\cos \gamma} \right) + R(i\alpha_1 + \alpha) + (i+1) \frac{2RaS_i}{\mu \cos \gamma} \left( \frac{e^{\mu\alpha_0} - 1}{e^{\mu\alpha_0} + 1} \right) + \frac{2S_iRa(\mu\alpha'' + \alpha'e^{-\mu\alpha_0})}{\cos \gamma (1 + e^{-\mu\alpha_0})}. \quad (26)$$

Во второй стадии—при холостом ходе (фиг. 11) усилия по контуру постоянны, т. е.  $S_0 = \text{const}$ , рабочий угол  $\alpha_0 = 0$ , углы запаса  $\alpha'' = \alpha_1$ ,  $\alpha' = \alpha$  и  $P = 0$ .



Фиг. 11



Фиг. 12

Заменив значения  $\alpha_0$ ,  $\alpha'$  и  $\alpha''$  в уравнениях (25) и (26), получим смещение центра— $l_{ix}$  и длину контура  $L_{ix}$  во второй стадии равными

$$l_{ix} = al_0S_i + \frac{RaS_i(i\alpha_1 + \alpha)}{2 \cos^2 \gamma} \quad (27)$$

$$L_{ix} = \cos \gamma \, 2l_0 \left( 1 + \frac{S_ia}{\cos \gamma} \right) + R(i\alpha_1 + \alpha) + \frac{RS_ia}{\cos \gamma} (i\alpha_1 + \alpha). \quad (28)$$

В четвертой стадии—при пограничном условии равновесия (фиг. 12), рабочий угол  $\alpha_0 = \alpha$ , угол запаса  $\alpha' = 0$  и  $\alpha'' = \alpha_1 - \alpha$ , окружное усилие

$$P_{max} = S_n' - S_c'$$

достигает максимального значения. Используя уравнения (25) и (26), после подстановки преобразования, найдем

$$\Delta l_{in} = al_0 S_i + (i+1) \frac{a R S_i}{\cos^2 \gamma \mu} \left( \frac{e^{\mu \alpha} - 1}{e^{\mu \alpha} + 1} \right) + \frac{R a S_i (\alpha_1 - \alpha) i}{\cos^2 \gamma (1 + e^{-\mu \alpha})} \quad (29)$$

$$L_{in} = \cos \gamma 2l_0 \left( 1 + \frac{S_i a}{\cos \gamma} \right) + R (i \alpha_1 + \alpha) + (i+1) \frac{2 R a S_i}{\mu \cos \gamma} \left( \frac{e^{\mu \alpha} - 1}{e^{\mu \alpha} + 1} \right) + \frac{2 S_i R a (\alpha_1 - \alpha) i}{\cos \gamma (1 + e^{-\mu \alpha})}, \quad (30)$$

где  $\Delta l_{in}$ —смещение центра,

$L_{in}$ —длина контура—в четвертой стадии при  $i \neq 1$ .

При проведении анализа работы ременной передачи, при  $i \neq 1$ , ведущим шкивом был принят больший.

Если принять за ведущий шкив меньший, то тогда величина смещения центра и длина контура, в первой и второй стадии, могут быть определены из уравнений (20), (21), (25) и (26).

Для третьей и четвертой стадии, оставляя на чертежах фиг. 10 и 12 те же обозначения углов  $\alpha$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_0$ ,  $\alpha'$  и  $\alpha''$ , будем иметь перемену местами набегающей и сбегающей ветвей, а следовательно, уравнения (25), (26), (29) и (30) несколько изменят свой вид. Это изменение коснется только последних членов, а именно,

$$\Delta l_{ip}' = al_0 S_i + (i+1) \frac{R a S_i}{\mu \cos^2 \gamma} \left( \frac{e^{\mu \alpha_0} - 1}{e^{\mu \alpha_0} + 1} \right) + \frac{R a S_i (i \alpha'' e^{-\mu \alpha_0} + \alpha')}{\cos^2 \gamma (1 + e^{-\mu \alpha_0})} \quad (31)$$

$$L'_{ip} = \cos \gamma 2l_0 \left( 1 + \frac{a S_i}{\cos \gamma} \right) + R (i \alpha_1 + \alpha) + (i+1) \frac{2 R a S_i}{\mu \cos \gamma} \left( \frac{e^{\mu \alpha_0} - 1}{e^{\mu \alpha_0} + 1} \right) + \frac{2 S_i R a (i \alpha'' e^{-\mu \alpha_0} + \alpha')}{\cos \gamma (1 + e^{-\mu \alpha_0})} \quad (32)$$

$$\Delta l'_{in} = al_0 S_i + (i+1) \frac{a R S_i}{\cos^2 \gamma \mu} \left( \frac{e^{\mu \alpha} - 1}{e^{\mu \alpha} + 1} \right) + \frac{R a S_i (\alpha_1 - \alpha) i e^{-\mu \alpha}}{\cos^2 \gamma (1 + e^{-\mu \alpha})} \quad (33)$$

$$L'_{in} = \cos \gamma 2l_0 \left( 1 + \frac{a S_i}{\cos \gamma} \right) + R (i \alpha_1 + \alpha) + (i+1) \frac{2 R a S_i}{\mu \cos \gamma} \left( \frac{e^{\mu \alpha} - 1}{e^{\mu \alpha} + 1} \right) + \frac{2 S_i R a (\alpha_1 - \alpha) i e^{-\mu \alpha}}{\cos \gamma (1 + e^{-\mu \alpha})}. \quad (33')$$

Отметим особенности четвертой стадии при  $i \neq 1$ : если ведомый шкив больший, то тогда меньший шкив пробуксовывает по ремню; при ведущем шкиве большем, ремень пробуксовывает по малому шкиву.

Автором было проведено решение уравнений, определяющих положение подвижного центра для различных стадий работы передачи при  $i = 1$  и  $\mu = 1 \div 0,1$ , причем оказалось, что наибольшее смещение происходит при холостом ходе (вторая стадия) и возрастает с увеличением коэффициента трения  $\mu$ .

При пограничных условиях работы (четвертая стадия)  $\Delta l_n$ , по отношению положения центра холостого хода, уменьшается тем больше, чем больше  $\mu$ . Но это смещение не достигает положения подвижного центра первой стадии.

Значительно бóльший интерес для практики представляет собой решение задачи при закрепленном центре, после приложения предварительного натяжения  $2S_0$  или  $2S_i$ .

В этих случаях сохраняется равенство

$$l_0 \Delta = \Delta l_x = \Delta l_p = \Delta l_n = \text{const} \quad (34)$$

$$\Delta l_{i0} = \Delta l_{ix} = \Delta l_{ip} = \Delta l_{in} = \text{const} \quad (35)$$

Для решения задачи при  $i=1$  преобразуем несколько уравнения (6) и (14).

Обозначим через

$$y = \frac{l_0}{R}; \quad y_1 = \frac{2}{\mu} \left( 1 - e^{-\mu \frac{\alpha}{2}} \right); \quad y_2 = \frac{2}{\mu} \left( \frac{e^{\mu \alpha_0} - 1}{e^{\mu \alpha_0} + 1} \right)$$

Приняв  $R$  за единицу, имеем

$$\Delta l_0 = S_0 a(y + y_1) \quad (35')$$

$$\Delta l_p = S_0 a(y + y_2 + \alpha') \quad (36)$$

Применив условие  $\Delta l_0 = \Delta l_p$ , можем приравнять правые части уравнения (35') и (36), т. е.

$$S_0 a(y + y_1) = S_0'' a(y + y_2 + \alpha') \quad (37)$$

Но теперь в правой части уравнения (36) будет стоять не  $S_0$ , а некоторая переменная величина  $S_0''$ , соответствующая работе передачи с неподвижными центрами шкивов.

Введем новое обозначение  $2S_0'$  — предварительное натяжение холостого хода.

При холостом ходе имеем

$$\Delta l_0 = \Delta l_x; \quad S_0 = S_n = S_c; \quad P = 0; \quad \alpha_0 = 0; \quad \alpha' = \alpha; \quad y_2 = 0.$$

В этом случае уравнение (37) запишется так

$$S_0 a(y + y_1) = S_0' a(y + \alpha'). \quad (38)$$

Четвертая стадия работы передачи происходит при следующих условиях

$$\Delta l_0 = \Delta l_n; \quad S'_n - S'_c = P_{\max}; \quad \alpha' = 0; \quad \alpha_0 = \alpha.$$

Уравнение (37) при этом примет такой вид

$$S_0 a(y + y_1) = S_0'' a(y + y_2). \quad (39)$$

Для того, чтобы судить о том, каким образом меняется предварительное натяжение ветвей во всех стадиях работы ременной передачи, выразим соотношение между  $S_0$ ,  $S_0'$  и  $S_0''$ .

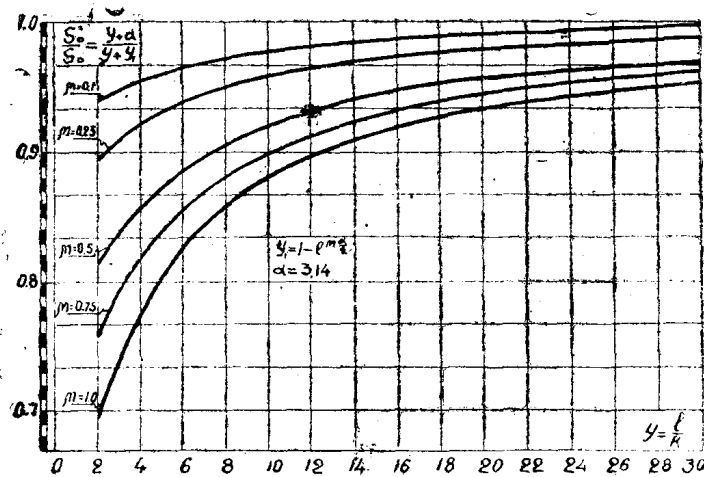
Согласно уравнениям (38), (37) и (39) получим

$$\frac{S'_0}{S_0} = \frac{y + y_1}{y + \alpha} \quad (40)$$

$$\frac{S''_0}{S'_0} = \frac{y + \alpha}{y + y_2 + \alpha'} \quad (41)$$

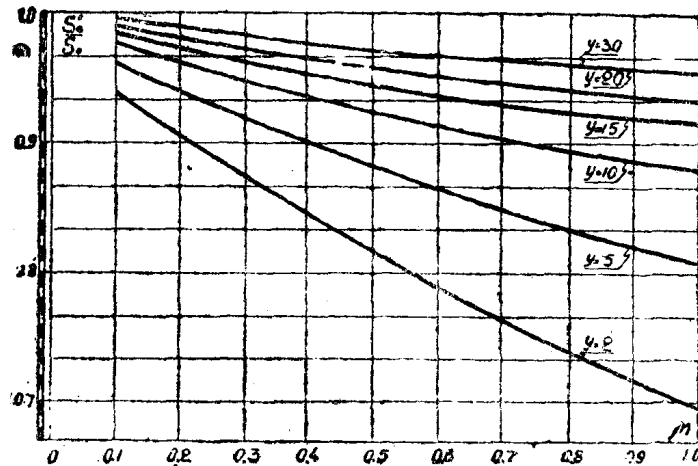
$$\frac{S''_0}{S'_0} = \frac{y + \alpha}{y + y_2} \quad (42)$$

Беря различные значения  $y$  при принятом  $\mu$ , получим зависимость  $S'_0$  в долях от  $S_0$ . Эта зависимость, исходя из уравнения (40), представлена на фиг. 13 и 14. Из графика видно, что при малых значениях  $y$ , величина  $S'_0$  значительно меньше  $S_0$ , например, при  $y=2$



Фиг. 13

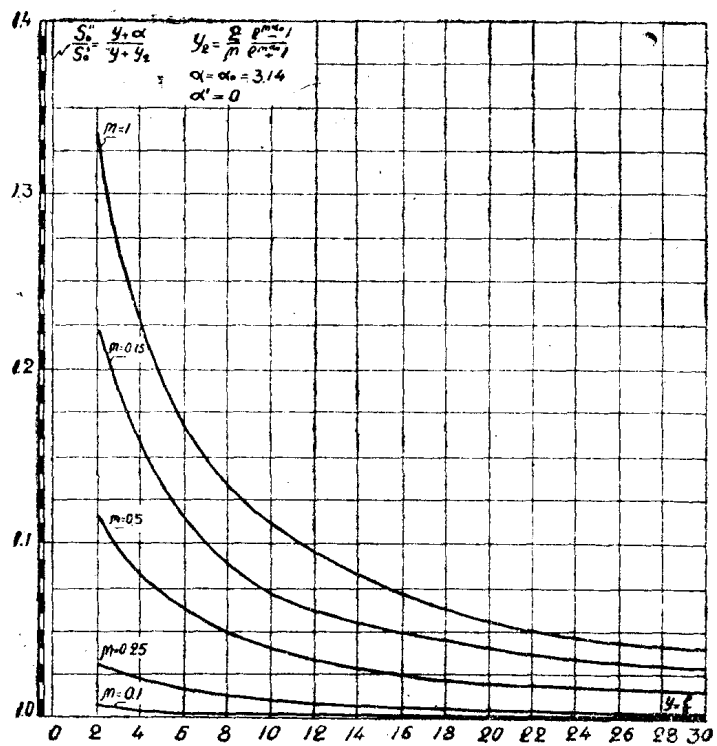
и  $\mu=1,0$ ,  $S'_0=0,69S_0$ . С увеличением  $y$  разница между  $S_0$  и  $S'_0$  уменьшается. С увеличением  $\mu$  расхождение между  $S'_0$  и  $S_0$  возрастает. В целом можно отметить, что при  $i=1$  всегда  $S_0 > S'_0$ .



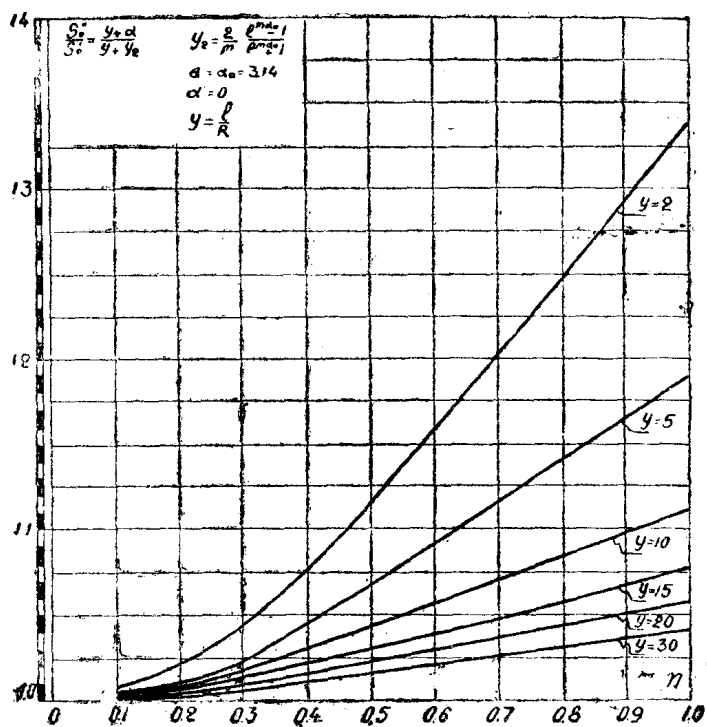
Фиг. 14

Зависимость между  $S''_0$  в четвертой стадии (уравнение 42) и предварительным натяжением холостого хода  $S'_0$  приведена на фиг. 15 и 16. При пограничных условиях работы передачи  $S''_0$  по отношению  $S'_0$  возрастает как при всяком  $y$ , так и при  $\mu$ , иначе отношение  $\frac{S''_0}{S'_0}$  больше единицы.

При малых  $\mu$  значение  $\frac{S''_0}{S'_0}$  близко к единице. С увеличением  $\mu$  разница между  $S''_0$  и  $S'_0$  возрастает, особенно при малых  $y$ , например: при  $y=2$  и  $\mu=1,0$ ,  $\frac{S''_0}{S'_0}=1,34$ ; с увеличением  $y$  до 11 имеем при  $\mu=1,0$ ,  $\frac{S''_0}{S'_0}=1,1$ , т. е. расхождение примерно только на 10%, соответственно для меньших  $\mu$  эта разница еще более убывает.



Фиг. 15



Фиг. 16

Работа ременной передачи происходит в пределах холостого хода, до пограничного условия равновесия при этом рабочий угол  $\alpha_0$  колеблется от 0 до 180°, соответственно угол запаса  $\alpha'$  — от 180 до 0°.

Таким образом, мы имеем картину работы ременной передачи во всех ее стадиях при передаточном числе, равном единице.

Теперь выясним, какие особенности имеются у ременной передачи с передаточным числом, не равном единице.

Обозначим через

$$y_i = \frac{l_0}{R}$$

$$y_{i1} = \left(1 - e^{-\mu \frac{\alpha}{2}}\right) \frac{1}{\mu}$$

$$y_{i2} = \left(1 - e^{-\mu \frac{\alpha_1}{2}}\right) \frac{1}{\mu}$$

$$y_{i3} = \left(\frac{e^{\mu \alpha_0} - 1}{e^{\mu \alpha_0} + 1}\right) \frac{1}{\mu}$$

$$y_{i4} = \frac{i \alpha'' + \alpha' e^{-\mu \alpha_0}}{1 + e^{-\mu \alpha_0}}.$$

Приняв  $R=1$ , после подстановки и преобразования уравнений (20) и (25) имеем

$$\Delta l_{io} = S_i a \left[ y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} (y_{i1} + i y_{i2}) \right] \quad (43)$$

$$\Delta l_{ip} = S_i a \left\{ v_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} [y_{i3} (i + 1) + y_{i4}] \right\} \quad (44)$$

Приравняв правые части уравнений (43) и (44), получим

$$S_i a \left[ y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} (y_{i1} + i y_{i2}) \right] = S''_i a \left\{ y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} y_{i3} (i + 1) + y_{i4} \right\}, \quad (45)$$

где  $S''_i$  — переменная половина реакции на опорах валов, иначе проекция геометрической составляющей половины натяжения ветвей в рабочей стадии.

Аналогично, как и при  $i=1$ , используя уравнение (45), найдем связь между основными параметрами второй и четвертой стадий.

Во второй стадии — при предварительном натяжении холостого хода  $2S_i$ , сохраняется условие:

$$\Delta l_{io} = \Delta l_{ix}; P=0; \alpha_0=0; \alpha''=\alpha; \alpha'=\alpha_1; \alpha_1=0; \alpha=0,$$

что дает

$$y_{i3}=0; y_{i1}=0; y_{i2}=0; y_{i4} = \frac{i \alpha_1 + \alpha}{2}$$

После подстановки в уравнение (45) получим

$$S_i a \left[ y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} (y_{i1} + i y_{i2}) \right] = S_i a \left[ y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} \left( \frac{i \alpha_1 + \alpha}{2} \right) \right]. \quad (46)$$

В четвертой стадии при пограничных условиях работы имеем

$$\Delta l_{io} = \Delta l_{in}; P = P_{max} = S_n' - S_c'; \alpha_0 = \alpha; \alpha' = 0; \alpha'' = \alpha_1 - \alpha,$$

тогда

$$y_{i1} = \frac{i(\alpha_1 - \alpha)}{1 + e^{-\mu\alpha}}; \quad y_{i3} = \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha} + 1}$$

Подставляя эти значения в уравнение (45), найдем

$$\begin{aligned} S_i a \left[ y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} y_{i1} + i y_{i2} \right] = \\ = S_i'' a \left\{ y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} \left[ y_{i3} (1 + i) + \frac{i(\alpha_1 - \alpha)}{1 + e^{-\mu\alpha}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (47)$$

Для построения графиков (при ведущем шкиве большем) выразим соотношения между  $S_i$ ,  $S_i'$  и  $S_i''$ , исходя из уравнений (45), (46) и (47) получим

$$\frac{S_i'}{S_i} = \frac{y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} (y_{i1} + i y_{i2})}{y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} \left( \frac{i\alpha_1 + \alpha}{2} \right)} \quad (48)$$

$$\frac{S_i''}{S_i'} = \frac{y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} \left( \frac{i\alpha_1 + \alpha}{2} \right)}{y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} (y_{i1} + i y_{i1})} \quad (49)$$

$$\frac{S_i''}{S_i'} = \frac{y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} \left( \frac{i\alpha_1 + \alpha}{2} \right)}{y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} \left[ y_{i3} (1 + i) + \frac{i(\alpha_1 - \alpha)}{1 + e^{-\mu\alpha}} \right]} \quad (50)$$

Если ведущий шкив меньший, то тогда остается без изменения только уравнение (48). Уравнения (49) и (50) несколько изменят свой вид (см. уравнения (31) и (33) и запишутся так:

$$\frac{S_i''}{S_i'} = \frac{y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} \left( \frac{i\alpha_1 + \alpha}{2} \right)}{y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} [y_{i3} (i + 1) + y_{i1}]}, \quad (49')$$

где

$$\begin{aligned} y_{i4}' &= \frac{i\alpha'' e^{-\mu\alpha_0} + \alpha'}{1 + e^{-\mu\alpha_0}} \\ \frac{S_i''}{S_i'} &= \frac{y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} \left( \frac{i\alpha_1 + \alpha}{2} \right)}{y_i + \frac{1}{\cos^2 \gamma} \left[ y_{i3} (i + 1) + \frac{i(\alpha_1 - \alpha) e^{-\mu\alpha}}{1 + e^{-\mu\alpha}} \right]} \end{aligned} \quad (50')$$

Прежде чем строить графики, проанализируем геометрическое соотношение ременной передачи для различного передаточного числа и различного расстояния между центрами шкивов.

Воспользовавшись соотношением (фиг. 12)

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{i-1}{y_i} \quad (51)$$

$$\sin = \frac{i-1}{y_i} \quad (52)$$

$$\alpha_1 = 360^\circ - \alpha,$$

найдем значение  $\alpha$ ,  $\alpha_1$ ,  $\gamma$ ,  $\cos \gamma$  и  $\alpha_1 - \alpha$  и полученные данные сведем в табл. 1.

Таблица 1

i	2				5			
	3	6	12	24	6	9	18	36
$y_i$								
$\alpha$	141°	161°	170,5°	175°	96,5°	126,5°	155,5°	167°
$\alpha_1$	219°	199°	187,5°	185°	263,5°	233,5°	204,5°	193°
$\alpha_1 - \alpha$	78°	38°	19°	10°	167,0°	107,0°	49°,0	26°
$\gamma$	19°	9,5°	4,7°	2,5°	41,5°	26,5°	12°	6,5°
$\cos \gamma$	0,945	0,986	0,999	0,999	0,749	0,894	0,978	0,993

Минимальная величина  $y_i$  принималась, исходя из теоретически допустимого расстояния между центрами шкивов, т. е. тогда, когда они касаются кромками друг друга. Для любого  $i$ ,  $y_{i \min}$  равно  $i+1$ .

Вполне естественно, что увеличением  $y_i$  значение  $\cos \gamma$  приближается к единице.

Если принять за минимально допустимый угол  $\alpha = 150^\circ$  (что рекомендуется на практике), то тогда без большой погрешности  $\cos \gamma$  можно было бы пренебречь, приняв его равным единице.

Особенно скажется влияние угла  $\gamma$  при малых расстояниях между шкивами и при большом передаточном числе, что необходимо учитывать при оценке работы ременной передачи.

Сделав предварительные замечания, построим графики зависимости между  $\frac{S'_i}{S_i}$ ,  $y_i$  и  $\mu$ , согласно уравнению (48) для передаточного числа  $i=2$  и  $i=5$ .

Картина получилась примерно такая же (фиг. 17, 18, 19 и 20), как и для подобного соотношения при  $i=1$ , но кривые идут несколько круче, т. е. с увеличением передаточного числа разница между предварительным натяжением  $S_i$  и предварительным натяжением холостого хода  $S'_i$  возрастает, с увеличением  $y_i$  убывает и, наконец, с увеличением  $\mu$  также возрастает.

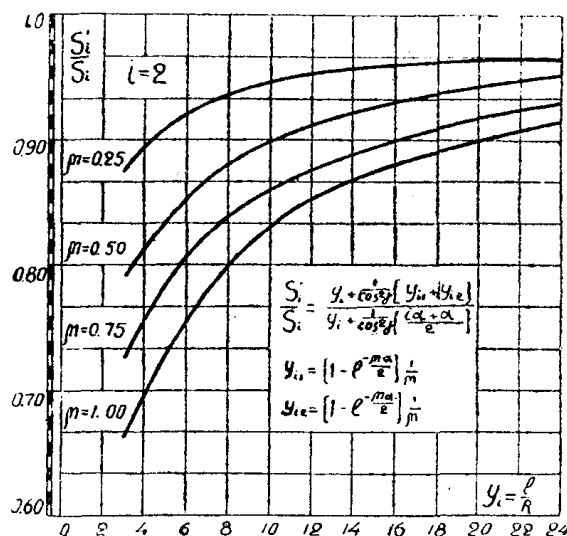
Например, эта разница при  $i=2$ ,  $y_i=3$  и  $i=5$ ,  $y_i=6$  для  $\mu=1,0$  может достигнуть соответственно  $S'_i = 0,66S_i$  и  $S'_i = 0,54S_i$ .

О том, каким образом влияет передаточное число  $i$  на изменение  $\frac{S'_i}{S_i}$ , дает график, изображенный на фиг. 21.

На графике отложены отношения  $\frac{S'_i}{S_i}$  для одинаковых расстояний



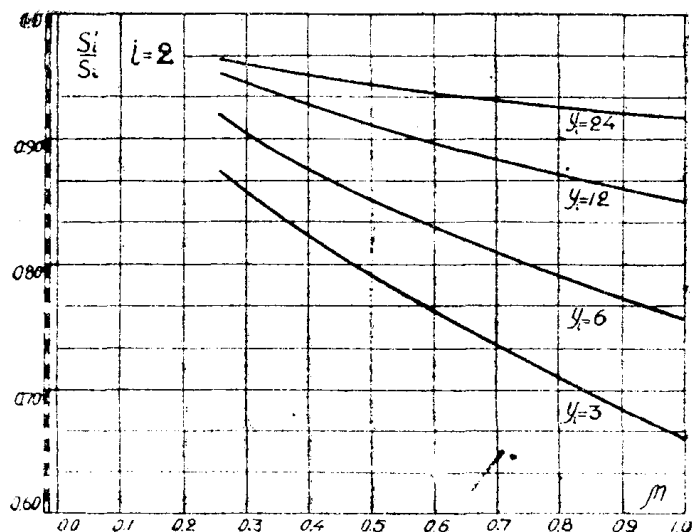
между центрами шкивов ( $y_i, y$ ) при различных коэффициентах трения  $\mu$ . Во всех случаях  $y_i$  и  $\mu$  с увеличением  $i$  отношение  $\frac{S'_i}{S_i}$  уменьшается.



Фиг. 17

Возрастание коэффициента трения  $\mu$  ведет к уменьшению отношения  $\frac{S'_i}{S_i}$ , причем тем больше, чем меньше расстояние между центрами шкивов.

Несколько иной характер соотношения получается между предварительным натяжением холостого хода  $S'_i$  и проекцией геометрической

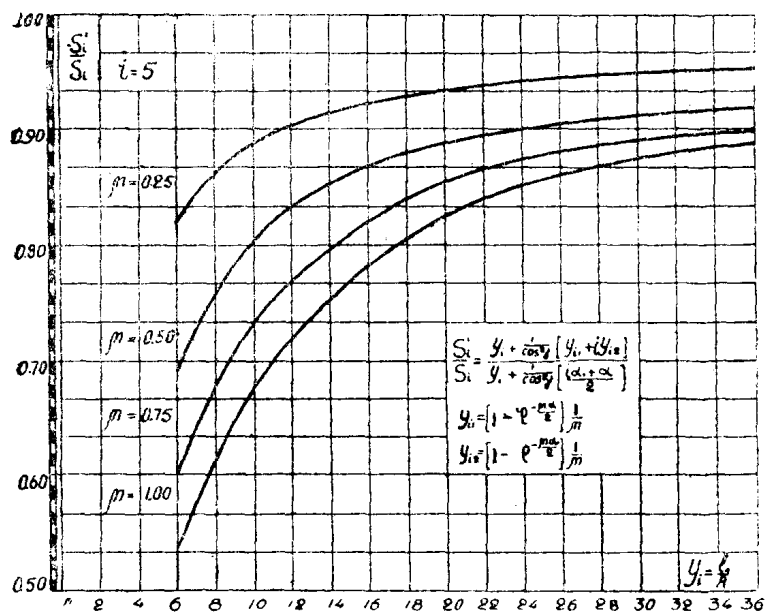


Фиг. 18

составляющей половины натяжений ветвей в четвертой стадии работы ременной передачи  $S'_i$  ( $S_i$  — половина реакции на опорах валов).

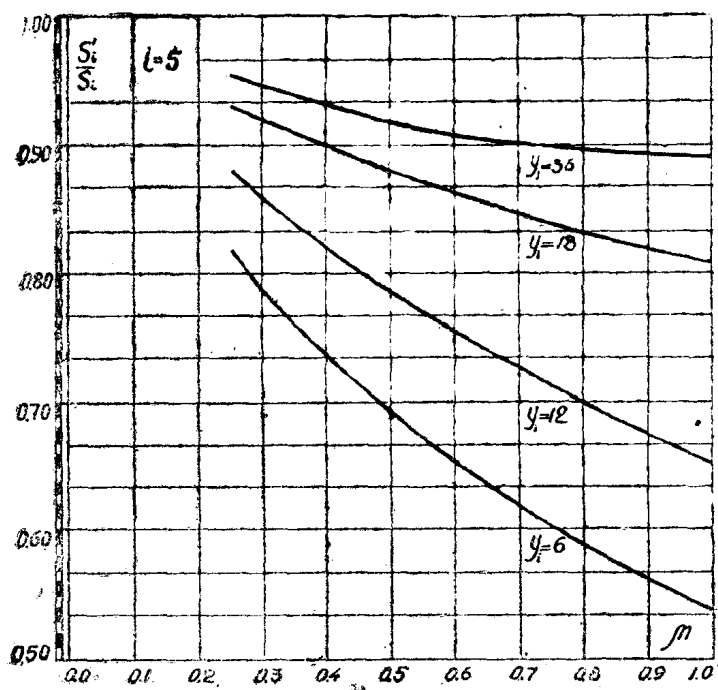
Если при передаточном числе  $i$ , равном единице, это отношение было больше единицы, то для передаточного числа, не равного единице, отно-

шение  $\frac{S'_i}{S'_i}$  может быть, в зависимости от  $y_i$  и  $\mu$ , больше и меньше единицы.



Фиг. 19

Графики, приведенные на фиг. 22 и 23, построенные для передаточного числа  $i=5$  при различных  $y_i$  и  $\mu$ , на основании уравнения (50), дают возможность судить о характере изменения  $\frac{S''_i}{S'_i}$ .



Фиг. 20

На графике (фиг. 22) отношение  $\frac{S_i''}{S_i'}$  получилось равным единице при следующих  $y_i$  и  $\mu$

$$\mu = 1 \quad y_i = 14$$

$$\mu = 0,75 \quad y_i = 16$$

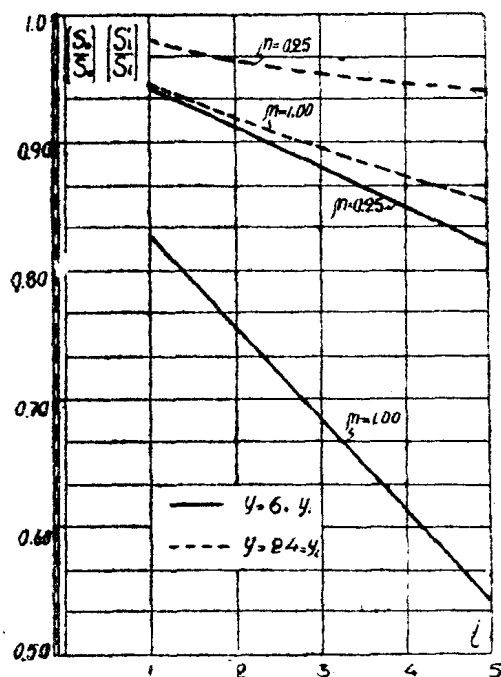
$$\mu = 0,5 \quad y_i = 20$$

$$\mu = 0,25 \quad y_i = 34$$

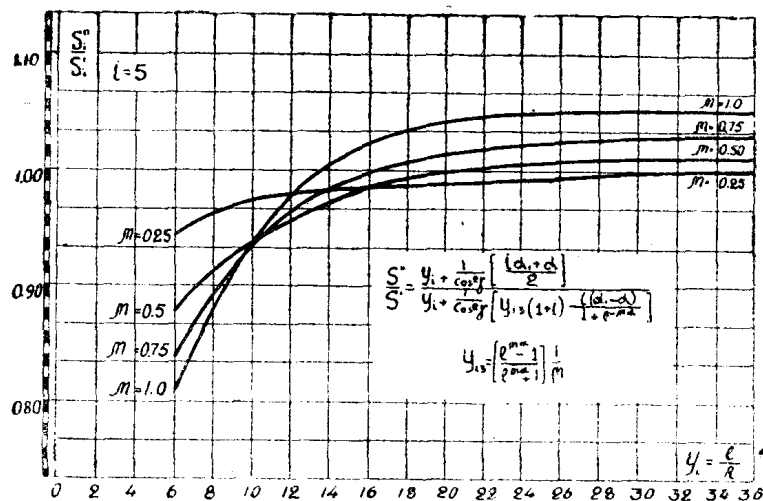
Считая отношение  $\frac{S_i''}{S_i'} = 1$  как границу, имеем, что соответственные  $\frac{S_i''}{S_i'}$  меньше приведенных дают отношение  $\frac{S_i''}{S_i'}$  меньше единицы.

Все же значения  $y_i$  больше приведенных дают отношения  $\frac{S_i''}{S_i'}$  больше единицы; это вполне естественно, так как с увеличением  $y_i$  ременная передача по контуру сил как бы приближается к передаточному числу  $i=1$ , при этом разница между  $\alpha$  и  $\alpha_1$  уменьшается и  $\cos \gamma$  близок к единице.

Вообще же говоря, зависимость между  $S_i'$  и  $S_i''$  при передаточном числе  $i$ , не равном единице, значительно сложнее, чем при  $i=1$ , так как



Фиг. 21



Фиг. 22

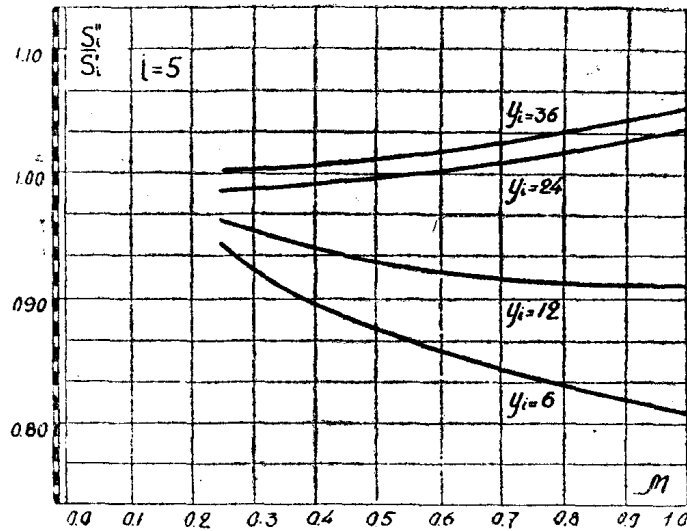
сказывается влияние изменения  $i$ ,  $\alpha$ ,  $\alpha_1$  и  $\gamma$ , в отличие от отношения  $\frac{S_0''}{S_0'}$  при  $i=1$ , где эти величины постоянны.

В заключение отметим, что натяжения  $S_0'$ ,  $S_0''$ ,  $S_i'$  и  $S_i''$  во всех стадиях работы ременной передачи всегда меньше предварительных натяже-

ний  $S_0$  и  $S_i$ . (Имея отношения  $\frac{S_0}{S_0'}$ ,  $\frac{S_i'}{S_i}$ ,  $\frac{S_0''}{S_0'}$  и  $\frac{S_i''}{S_i'}$ , это замечание можно легко проверить).

Проведенные теоретические исследования дают возможность установить зависимость между всеми параметрами ременной передачи.

Остались незатронутыми вопросы влияния скорости движения ремня, жесткости, веса ремня на работу передачи.



Фиг. 23

По существу, на характер исследования незатронутые вопросы не повлияют.

Учет большего количества факторов работы ременной передачи до известной степени уточнит полученные уравнения.

Имеющегося материала вполне достаточно для вполне определенных и конкретных выводов.

Переходим к выводам.

1. Дано теоретическое объяснение спорному вопросу, почему же сумма натяжений ветвей в ременной передаче является величиной переменной.

Выявлено, что вне зависимости от того, следует ли деформация ремня по закону Гука или не следует, сумма натяжений ветвей является величиной переменной. Изменение натяжения ветвей связано с различными стадиями работы ременной передачи и различным характером натяжения по контуру ремня.

2. При оценке опытных данных и расчете ременной передачи необходимо различать два предварительных натяжения: первое — предварительное натяжение, второе — предварительное натяжение холостого хода.

Первое натяжение, по принятой терминологии, создается в первой стадии работы ременной передачи, когда ремень неподвижен; второе получается во второй стадии при холостом ходе.

3. Предварительное натяжение холостого хода меньше предварительного натяжения как при передаточном числе равном единице, так и не равном единице. Наибольшая разница получается при минимальном расстоянии между центрами шкивов, когда кромки касаются друг друга. С увеличением этого расстояния между предварительными натяжениями убывает. Разница возрастает с увеличением действительного коэффициента трения ременной передачи.

Для сравнительной оценки приводим некоторые отношения предварительных натяжений (2).

Т а б л и ц а 2

$j$	$\frac{l}{R} = y(y_i)$	$S'_0/S_0 \quad (S'_i/S_i)$	
		$\mu = 1,0$	$\mu = 0,25$
1	2	0,69	0,89
2	3	0,66	0,87
5	6	0,54	0,82

Как видим из приведенной таблицы, разница при минимальных расстояниях между центрами шкивов может достигнуть большой величины.

4. Сумма натяжений ветвей  $2 S_0''$ , при пограничных условиях равновесия (четвертая стадия работы ременной передачи), для передаточного числа  $i=1$ , больше суммы предварительного натяжения холостого хода  $2 S_0'$ .

Отношение  $\frac{S_0''}{S_0'}$  с увеличением  $y = \frac{l}{R}$  приближается к единице. С увеличением же коэффициента трения  $\mu$ , наоборот, разница между  $\frac{S_0''}{S_0'}$  больше единицы. Например, при  $y=2$  и  $\mu=1,0$ ,  $\frac{S_0''}{S_0'} = 1,34$ .

Несколько иной характер соотношения между  $S_i''$  и  $S_i'$  получается при передаточном числе, не равном единице. Величина  $\frac{S_i''}{S_i'}$  может быть больше и меньше единицы в отличие от передаточного числа  $i=1$ , где это отношение больше единицы.

5. Во второй, третьей и четвертой стадиях работы ременной передачи геометрическая сумма натяжения ветвей всегда меньше предварительного натяжения первой стадии.

6. Теоретически доказано, почему невыгодно брать малые расстояния между центрами шкивов.

Для передачи одного и того же максимального окружного усилия при меньшем расстоянии между центрами шкивов необходимо приложить большее предварительное натяжение.

7. Только полное и всестороннее изучение механической прочности ремней может поставить расчет и теоретическое изучение ременной передачи на твердую основу.

Существующее мнение о том, будто бы механическая прочность ремня не может быть увязана с работой ременной передачи, теряет свой смысл, если правильно использовать в ременной передаче закон Эйлера, если рассматривать все многообразие работы передачи во взаимной увязке.

8. Полученные уравнения, при наличии механической характеристики ремня и действительного коэффициента трения ременной передачи, дадут возможность более точно производить расчет ременной передачи.